22. 相分離における時空相関関数のスケーリング

山口大学教育学部　古川浩

合金や流体の相分離過程は物理学で取り扱える秩序形成の典型的な例として多く研究者によって研究されている。この問題の特徴は（相分離の時間発展が）自己相似的であることである。この自己相似の性質を時空相関に拡張する。この問題は非平衡系のミクシングやエルゴード性とも関連があり、相分離現象を統計力学の伝統的問題として再考するチャンスを与える。

時間 t と空間 r の関数であるオーダーパラメター $X(r,t)$ の時空相関関数 $S(r-r',t,t')=\langle X(r,t)X(r',t')\rangle$ を考える。この相関関数をフーリエ分解したものは相分離の後期過程で次の様にスケールされることがわかる：

$$S_k(t,t')/[S_k(t)S_k(t')]^{1/2} = v(kR(t),t'/t),\quad t'<t$$

ここで $S_k(t)$ は同時刻相関関数（構造関数）、k は波数である。$S_k(t)$はよく知られたスケーリング$S_k(t)=R(t)^dF(kR(t))$, $R(t)\propto t^a$ （d:空間次元）をみたす。一方 相関関数の一般的性質により$v(x,0)=0$, $v(x,1)=1$. このことから

$$v(x,y)=A(x)y^g \qquad (y\ll 1)$$

とおける。ここで指数 g はクラスター（ドメイン）の位置のゆらぎを表すもので相分離における他の指数と違って単純な次元解析では決まらない。g はCahn-Hilliard-Gintzburg-Landau 系では次の範囲にあると期待される：

$$0\leq g\leq a(d+2q)/2$$

ここで q は構造関数の漸近系を表す指数：$F(x)\propto x^q$、である。$S_k(t,t')$ を波数で積分して

$$\langle X(r,t)X(r,t')\rangle=(R_{t'}/R_t)^c \qquad (R_t \quad t^a)$$

ただし　$c=d/2+g/a+q$. ここで　$t'/t\ll 1$ かつt'は$S_k(t')$がスケーリングにしたがうほど大きいものとした。この同じ場所における時間相関は相分離における個々の粒子の拡散の様子を記述する。

このように新しい指数gを用いて時空相関関数を特徴づけることができる。gの値は一次元グラウバーダイナミックスでは正確に0.25 と求まっている。その他は計算機実験によって　0.1（二次元グラウバー），0.03（三次元グラウバー）、0.25（二次元カワサキ）等、と評価できる。$g=0$　は線形近似（一体近似）に対応するが、三次元グラウバーダイナミックスはほぼこれに相当する。

References

H. Furukawa, J. Phys. Soc. Jpn. 58 (1989) 216.

H. Furukawa, Phys. Rev. B40 (1989) 2341.

H. Furukawa, preprint, and references quoted therein.